2.8.7 Výpočty s odmocninami I

Předpoklady: 020806

Př. 1: Doplň tabulku (bez kalkulačky). Všechny sloupce je možné řešit „z hlavy“.

x	1	144	10000	$\frac{1}{16}$	0,0121	2,25		6400		
$\sqrt{x}$							0,21		0,004	0,22

x	1	144	10000	$\frac{1}{16}$	0,0121	2,25	0,0441	6400	0,000016	0,0484
$\sqrt{x}$	1	12	100	$\frac{1}{4}$	0,11	1,5	0,21	80	0,004	0,22

Př. 2: Kterým mocninám deseti (10, 100, 1000, 10 000, ...) můžeme zpaměti najít odmocninu? Jak bude tato odmocnina vypadat?

- $\sqrt{10} =$
- $\sqrt{100} = 10$
- $\sqrt{1000} =$
- $\sqrt{10\,000} = 100$
- ...

$\Rightarrow$ Odmocninu dokážeme zpaměti najít k mocninám, které mají sudý počet nul. Jejich odmocnina pak má počet nul poloviční.

Př. 3: Kterým z následujících desetinných čísel (0,1; 0,01; 0,001; ...) najdeme zpaměti odmocninu? Jak tato odmocnina vypadá.

- $\sqrt{0,1} = ?$
- $\sqrt{0,01} = 0,1$
- $\sqrt{0,001} =$
- $\sqrt{0,0001} = 0,01$
- ...

$\Rightarrow$ Odmocninu dokážeme zpaměti najít k číslům, které mají sudý počet desetinných míst. Jejich odmocnina má počet desetinných míst poloviční.

Př. 4: Určení $\sqrt{3600}$ můžeme rozepsat takto: $\sqrt{3600} = \sqrt{36 \cdot 100} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{100} = 6 \cdot 10 = 60$.
a) Ukaž pomocí předvedeného postupu, proč se nedá „z hlavy“ spočítat $\sqrt{360}$.
b) Spočti podobným způsobem $\sqrt{160\,000}$, $\sqrt{0,81}$ a $\sqrt{0,0004}$.
c) Doplň (podle předchozích příkladů) vzorec $\sqrt{a \cdot b} =$.

a) Ukaž pomocí předvedeného postupu, proč se nedá „z hlavy“ spočítat $\sqrt{360}$.
$\sqrt{360} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{10} = 6 \cdot \sqrt{10}$ - odmocninu z 10 neumíme spočítat z hlavy (nemá sudý počet nul).

b) Spočti podobným způsobem $\sqrt{160\,000}$, $\sqrt{0,81}$ a $\sqrt{0,0004}$.
$\sqrt{160\,000} = \sqrt{16 \cdot 10\,000} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{10\,000} = 4 \cdot 100 = 400$
$\sqrt{0,81} = \sqrt{81 \cdot 0,01} = \sqrt{81} \cdot \sqrt{0,01} = 9 \cdot 0,1 = 0,9$
$\sqrt{0,0004} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{0,0001} = 2 \cdot 0,01 = 0,02$
c) Doplň (podle předchozích příkladů) vzorec.
$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

Pedagogická poznámka: Žáci používají vzorec intuitivně už od první hodiny, ale je třeba trvat na tom, aby začali ho používat i v zápisu (kvůli následujícím příkladům).

Př. 5: Přečti vzorec $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$.

- Levá strana: tvoří ji odmocnina, kterou děláme ze součinu dvou čísel,
- pravá strana: tvoří ji součin (násobíme dvě čísla), který je sestaven ze dvou odmocnin.

$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$
Odmocnina ze součinu dvou čísel je rovna součinu z odmocnin těchto čísel.

Př. 6: Předchozí pravidlo pro odmocninu ze součinu je možné ověřit takto:
$10 = 2 \cdot 5 = \sqrt{4} \cdot \sqrt{25} = \sqrt{4 \cdot 25} = \sqrt{100} = 10$.
Najdi podobné ověření pomocí jiných čísel (nepoužívej číslo 1).

Mnoho možností:

- $6 = 2 \cdot 3 = \sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = \sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{36} = 6$
- $8 = 2 \cdot 4 = \sqrt{4} \cdot \sqrt{16} = \sqrt{4 \cdot 16} = \sqrt{64} = 8$
- $20 = 4 \cdot 5 = \sqrt{16} \cdot \sqrt{25} = \sqrt{16 \cdot 25} = \sqrt{400} = 20$
- …

Př. 7: Spočítej (opravdu to jde i bez kalkulačky a tabulek zcela přesně).
a) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{2}$ b) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{3}$ c) $\sqrt{15} \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{6}$

a) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{8 \cdot 2} = \sqrt{16} = 4$ b) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{12 \cdot 3} = \sqrt{36} = 6$
c) $\sqrt{15} \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{15 \cdot 10 \cdot 6} = \sqrt{5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3} = 5 \cdot 2 \cdot 3 = 30$

Pedagogická poznámka: Žáci samozřejmě počítají bod c) takto: $\sqrt{15}\cdot\sqrt{10}\cdot\sqrt{6}=\sqrt{15\cdot 10\cdot 6}=\sqrt{900}=30$, řešení uvedené v učebnici je nutné jim ukázat. Pokud si někdo všimne, že jde o podobnou situaci jako při násobení zlomků (rozložím si činitele, abych jednodušeji krátil – nyní rozložím si na činitele, abych jednodušeji našel odmocninu), je to na pochvalu.

Př. 8: Pravidlo pro odmocninu ze součinu umožňuje zpřehlednit (správně usměrnit) některé odmocniny. Například takto: $\sqrt{12}=\sqrt{4\cdot 3}=\sqrt{4}\cdot\sqrt{3}=2\cdot\sqrt{3}=2\sqrt{3}$. Usměrni odmocniny. a) $\sqrt{8}$ b) $\sqrt{50}$ c) $\sqrt{20}$ d) $\sqrt{18}$

a) $\sqrt{8}=\sqrt{4\cdot 2}=\sqrt{4}\cdot\sqrt{2}=2\cdot\sqrt{2}$

b) $\sqrt{50}=\sqrt{25\cdot 2}=\sqrt{25}\cdot\sqrt{2}=5\sqrt{2}$

c) $\sqrt{20}=\sqrt{4\cdot 5}=\sqrt{4}\cdot\sqrt{5}=2\sqrt{5}$

d) $\sqrt{18}=\sqrt{2\cdot 9}=\sqrt{2}\cdot\sqrt{9}=3\sqrt{2}$

Pedagogická poznámka: Následující příklady jsou procvičení pro žáky, kteří měli ve škole problémy.

Př. 9: Spočti.
a) $\sqrt{18}\cdot\sqrt{2}$ b) $\sqrt{6}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}$ c) $\sqrt{14}\cdot\sqrt{7}\cdot\sqrt{8}$

a) $\sqrt{18}\cdot\sqrt{2}=\sqrt{9}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}=3\cdot 2=6$

b) $\sqrt{6}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}=\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}=3\cdot 2=6$

c) $\sqrt{14}\cdot\sqrt{7}\cdot\sqrt{8}=\sqrt{2}\cdot\sqrt{7}\cdot\sqrt{7}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{4}=2\cdot 7\cdot 2=28$

Př. 10: Usměrni odmocniny.
a) $\sqrt{12}$ b) $\sqrt{28}$ c) $\sqrt{24}$ d) $\sqrt{27}$

a) $\sqrt{12}=\sqrt{4}\cdot\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

b) $\sqrt{28}=\sqrt{4}\cdot\sqrt{7}=2\sqrt{7}$

c) $\sqrt{24}=\sqrt{4}\cdot\sqrt{6}=2\sqrt{6}$

d) $\sqrt{27}=\sqrt{9}\cdot\sqrt{3}=3\sqrt{3}$

Shrnutí: $\sqrt{a\cdot b}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$ Odmocnina ze součinu je rovna součinu odmocnin.